

Башняков О.М.,

к.фіз.-мат.н., доцент кафедри системного аналізу та кібербезпеки,
КНЕУ імені Вадима Гетьмана

Пічкур В.В.,

д.фіз.-мат.н., професор кафедри системного аналізу та кібербезпеки,
КНЕУ імені Вадима Гетьмана

Сусло Т.Ю., студентка,

КНЕУ імені Вадима Гетьмана

Bashniakov O.M.,

PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of
the Department of Computer Mathematics and Information Security,
KNEU named after V. Hetman

Pichkur V.V.,

Doctor of Science in Physics and Mathematics, Professor
of System Analysis and Cybersecurity Department,
KNEU named after V. Hetman

Suslo T.Yu., student,

KNEU named after V. Hetman

УМОВИ ЗАГАЛЬНОЇ КЕРОВАНOSTІ ЛІНІЙНОЇ ДИСКРЕТНОЇ СИСТЕМИ ЗІ ЗМІНОЮ РОЗМІРНОСТІ ВЕКТОРА СТАНУ

CONDITIONS OF GENERAL CONTROLLABILITY OF A LINEAR DISCRETE SYSTEM WITH CHANGING THE DIMENSION OF THE STATE VECTOR

Анотація. Стаття висвітлює дослідження узагальненої керованості дискретної системи керування зі зміною розмірності вектора стану. Проблема керованості є ключовою в теорії керування. Вона характеризує здатність системи набути бажаного стану у фінальний момент часу. Разом з тим наявність обмежень на функцію керування розширює поняття керованості. Для узагальненої керованості характерними ознаками є наявність геометричних обмежень на функцію керування, а також обмеження на початковий і фінальний стани системи. При цьому розрізняють часткову керованість, повну керованість з множини початкових станів і повну керованість на термінальну множину. Часткову керованість характеризує здатність системи перейти в один зі станів, які належать термінальній множині. У випадку повної керованості система спроможна потрапити в одну з точок термінальної множини з будь-якої точки області початкових умов. Повна керованість на термінальну множину вирізняється здатністю системи керування перейти в кожную точку множини кінцевих станів хоча б з одного положення, яке належить множині початкових умов. В пропонованій статті продовжуються дослідження узагальненої керованості дискретних систем на випадок, коли відбувається зміна розмірності вектора стану. Математичні моделі процесів зі зміною

розмірності вектора стану досліджені мало, вони пов'язані з представленням системи в структурній формі. В процесі функціонування системи, яка складається з підсистем, можуть зникати підсистеми, або з'являтися нові. Зокрема така особливість наявна в математичних моделях технологічних процесів. В роботі для кожного з видів узагальненої керованості для лінійної системи керування зі зміною розмірності вектора стану означено функцію керованості і обґрунтовано критерії керованості. При обґрунтуванні суттєво використовується апарат опуклого аналізу і властивості множини досяжності лінійної системи керування. Разом з тим для обмежень на керування і стан у формі куль знайдено умови, яким мають задовольняти радіуси таких куль для кожного виду узагальненої керованості.

Ключові слова: керованість, узагальнена керованість, дискретна система керування, система зі зміною розмірності вектора стану, критерії керованості, функція керованості

Abstract. The article covers the study of generalized controllability of a discrete control system with a change in the dimensionality of the state vector. The controllability problem is a key one in control theory. It characterizes the ability of the system to acquire the desired state at the final moment of time. It characterizes the ability of the system to acquire the desired state at the final moment of time. At the same time, the presence of restrictions on the control function expands the concept of controllability. For generalized controllability, the presence of geometric restrictions on the control function, as well as restrictions on the initial and final states of the system are characteristic features. In this case, partial controllability, complete controllability from a set of initial states, and complete controllability to a terminal set are distinguished. Partial controllability is characterized by the ability of the system to transition to one of the states belonging to the terminal set. In the case of complete controllability, the system is able to get to one of the points of the terminal set from any point in the region of initial conditions. Complete controllability to the terminal set is characterized by the ability of the control system to go to each point of the set of final states from at least one position belonging to the set of initial conditions. The proposed article continues the study of generalized controllability of discrete systems in the case when the dimensionality of the state vector changes. Mathematical models of processes with a change in the dimensionality of the state vector have been studied little, they are associated with the representation of the system in a structural form. In the process of functioning of a system consisting of subsystems, subsystems may disappear, or new ones may appear. In particular, this feature is present in mathematical models of technological processes. In the work, for each type of generalized controllability for a linear control system with a change in the dimensionality of the state vector, the controllability function is defined and the controllability criteria are substantiated. The justification essentially uses the apparatus of convex analysis and the properties of the reachability set of a linear control system. At the same time, for constraints on control and state in the form of balls, conditions were found that the radii of such balls must satisfy for each type of generalized controllability.

Keywords: controllability, generalized controllability, discrete control system, system with changing state vector dimension, controllability criterion, controllability function

Вступ. Проблема керованості, хоча є класичною, є однією з центральних при дослідженнях в теорії керування. Вона пов'язана зі здатністю системи перейти в заданий термінальний стан [1–3]. Класичні теореми про умови керованості обґрунтовані на випадок

відсутніх геометричних обмежень на функцію керування і стан. За наявності обмежень на керування виникає поняття узагальненої керованості [4]. Умови узагальненої керованості використовують функцію керованості і критерії полягають у тому, що перевіряється її невід'ємність. В пропонованій статті продовжуються дослідження узагальненої керованості дискретних систем на випадок, коли відбувається зміна розмірності вектора стану [3, 5]. Математичні моделі зі зміною розмірності вектора стану досліджені мало, вони пов'язані з представленням системи в структурній формі. В процесі функціонування системи, яка складається з підсистем, можуть зникати підсистеми, або з'являтися нові. Зокрема така особливість наявна в математичних моделях технологічних процесів [5, 6]. Наявність обмежень на початковий і кінцевий стани системи, а також обмежень на функцію керування приводить до проблеми аналізу узагальненої керованості такого процесу. При цьому розрізняються випадки часткової керованості, повної керованості відносно множини початкових станів і повної керованості щодо термінальної множини. В роботі наводяться означення і критерії, які характеризують кожен вид загальної керованості. В прикладах розглянуто випадки обмежень у формі кулі, які мають окреме значення.

В роботі використовуються такі позначення: $\mathbb{R}^n$ — n -вимірний евклідов простір з нормою $\|\cdot\|$ і скалярним добутком $\langle \cdot, \cdot \rangle$; $*$ — знак транспонування; $S_n = \{x \in \mathbb{R}^n: \|x\| = 1\}$ — сфера одиничного радіусу з центром в точці 0, $K_n(0,1) = \{x \in \mathbb{R}^n: \|x\| \leq 1\}$ — куля одиничного радіусу з центром в точці 0, $K_n(a,r) = a + rK_n(0,1)$, $a \in \mathbb{R}^n$, $r \geq 0$; $c(A, \psi) = \sup_{x \in A} \langle x, \psi \rangle$ — опорна функція множини $A \subset \mathbb{R}^n$, $\psi \in \mathbb{R}^n$; I_n — $n \times n$ -одинична матриця; $conv(\mathbb{R}^n)$ — сукупність опуклих компактів, які лежать в $\mathbb{R}^n$.

Умови часткової керованості. Розглянемо дискретну лінійну систему вигляду

$$x(t+1) = A(t)x(t) + C(t)u(t), t \in \{0, 1, \dots, N-1\}. \quad (1)$$

Тут $x = (x_1, x_2, \dots, x_{n_t})^*$ — вектор стану розмірності n_t , $u = (u_1, \dots, u_m)^*$ — вектор керування розмірності m , $A(t) — n_{t+1} \times n_t$ — матриця, $C(t) — n_{t+1} \times m$ — матриця, $t = 0, 1, \dots, N-1$. Позначимо $x(t, x_0, u)$ розв'язок системи (1), $t = 0, 1, \dots, N$ при керуванні

$$u(t) \in U(t), U(t) \in conv(\mathbb{R}^m), t = 0, 1, \dots, N-1,$$

за початкової умови $x(0) = x_0$,

$$\begin{aligned}\Theta(N) &= A(N-1)A(N-2) \dots A(0), \\ \Theta(N, t) &= A(N-1)A(N-2) \dots A(t), \\ t &= 0, 1, \dots, N, \Theta(N, N) = I_{n_N}.\end{aligned}$$

Множина M_0 початкових станів та множина кінцевих станів (термінальна множина) M_N системи (1) належать $\text{conv}(\mathbb{R}^{n_0})$ та $\text{conv}(\mathbb{R}^{n_N})$ відповідно. Множина досяжності системи (1) записується так

$$X(t, M_0) = \Theta(t)M_0 + \sum_{s=0}^{t-1} \Theta(t, s+1)C(s)U(s). \quad (2)$$

Виходячи з означення, опорна функція множини досяжності $X(t, M_0)$ має вигляд

$$\begin{aligned}c(X(t, M_0), \psi) &= c(M_0, \Theta^*(t)\psi) + \\ &+ \sum_{s=0}^{t-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(t, s+1)\psi),\end{aligned} \quad (3)$$

де $\psi \in \mathbb{R}^{n_t}$. Введемо таке означення

Означення 1 Система (1) називається частково керованою на інтервалі $0 \leq t \leq N$ з множини M_0 в множину M_N , якщо знайдуться точки $x_0 \in M_0, x_N \in M_N$ і допустиме керування $u(t) \in U(t)$, $t = 0, 1, \dots, N-1$ такі, що

$$x(N, x_0, u(0)) = x_N.$$

Тут $x(N, x_0, u(0)) = x_N$ — розв'язок системи (1) за умови $x(0) = x_0$ в силу допустимого керування $u(\cdot)$, визначеного в точках $t = 0, 1, \dots, N-1$.

Означення 2 Функція

$$\begin{aligned}\Phi(\psi) &= c(M_0, \Theta^*(N)\psi) + c(M_N, -\psi) + \\ &+ \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi), \psi \in \mathbb{R}^{n_N}\end{aligned}$$

називається функцією часткової керованості системи (1) з множини M_0 в множину M_N на інтервалі $0 \leq t \leq N$.

Має місце таке твердження

Теорема 1 Для того, щоб система (1) була частково керованою на інтервалі $0 \leq t \leq N$ з множини M_0 в множину M_N , необхідно і достатньо, щоб функція часткової керованості

$$\Phi(\psi) \geq 0, \forall \psi \in S_{n_N}.$$

Доведення. Необхідність. Нехай система (1) є частково керованою на інтервалі $0 \leq t \leq N$ з множини M_0 в множину M_N . Це означає, що

$$X(N, M_0) \cap M_N \neq \emptyset.$$

Останнє співвідношення можна записати у еквівалентній формі

$$0 \in X(N, M_0) + (-1)M_N.$$

Використовуючи властивості опорної функції, одержуємо

$$c(X(N, M_0), \psi) + c(M_N, -\psi) \geq 0$$

для всіх $\psi \in S_{n_N}$. Підставимо (3) в останню нерівність

$$c(M_0, \Theta^*(N)\psi) + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) + \\ + c(M_N, -\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}.$$

Отже, з означення 1.2 випливає $\Phi(\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}$.

Достатність. З умови $\Phi(\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}$ випливає

$$c(X(N, M_0), \psi) + c(M_N, -\psi) \geq 0.$$

Це означає, що точка 0 належить множині $X(N, M_0) + (-1)M_N$. Останнє співвідношення говорить про те, що справджується означення 1.1 і має місце часткова керованість системи (1). Теорему доведено.

Приклад 1 Розглянемо систему (1) за умови, що множина початкових станів $M_0 = K_{n_0}(x_{(0)}, r_0)$, термінальна множина $M_N = K_{n_N}(x_{(N)}, r_N)$, множина обмежень на керування $U(t) = K_m(0, p_t)$. Тут $x_{(0)} \in \mathbb{R}^{n_0}$, $x_{(N)} \in \mathbb{R}^{n_N}$, $r_0 > 0$, $r_N > 0$, $p_t > 0$, $t = 0, 1, \dots, N-1$. Тоді функція часткової керованості

$$\Phi(\psi) = \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle + r_0 \| \Theta^*(N)\psi \| - \langle x_N, \psi \rangle + r_N + \\ + \sum_{s=0}^{N-1} p_s \| C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi \|, \psi \in S_{n_N}.$$

Умова часткової керованості у цьому випадку має вигляд

$$\max_{\psi \in S_{n_N}} \{ \langle x_N, \psi \rangle - \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle - r_0 \| \Theta^*(N)\psi \| - \\ - \sum_{s=0}^{N-1} p_s \| C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi \| \} \leq r_N.$$

Повна керованість з множини початкових станів. Повна керованість системи (1) зі всієї множини початкових станів визначається так.

Означення 3 Система (1) називається повністю керованою на інтервалі $0 \leq t \leq N$ зі всієї множини M_0 в множину M_N , якщо для будь-якої точки $x_0 \in M_0$ знайдеться стан $x_N \in M_N$ та допустиме керування $u(t) \in U(t)$, $t = 0, 1, \dots, N-1$ таке, що $x(N, x_0, u(0)) = x_N$.

Аналіз повної керованості системи (1) зі всієї множини початкових станів базується на функції керованості.

Означення 4 Функція

$$W(\psi) = c(M_N, -\psi) - c(M_0, -\Theta^*(N)\psi) + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi)$$

називається функцією повної керованості системи (1) зі всієї множини M_0 в множину M_N на інтервалі $0 \leq t \leq N$, де $\psi \in \mathbb{R}^{n_N}$.

Має місце теорема.

Теорема 2 Для того, щоб система (1) була повністю керованою на інтервалі $0 \leq t \leq N$ зі всієї множини M_0 в множину M_N необхідно і достатньо, щоб

$$W(\psi) \geq 0, \forall \psi \in S_{n_N}.$$

Доведення. Необхідність. Припустимо, що система (1) є керованою зі всієї множини M_0 в множину M_N при $0 \leq t \leq N$. Це означає, що для довільної точки $x_0 \in M_0$ виконується співвідношення

$$X(N, x_0) \cap M_N \neq \emptyset,$$

або еквівалентне до нього включення

$$0 \in X(N, x_0) + (-1)M_N.$$

Використовуючи (2) і (3), одержимо, що для всіх $x_0 \in M_0$ маємо

$$\langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) + c(M_N, -\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}.$$

З останньої нерівності випливає

$$\min_{x_0 \in M_0} \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle + c(M_N, -\psi) + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}. \quad (4)$$

Оскільки

$$\min_{x_0 \in M_0} \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle = -\max_{x_0 \in M_0} \langle x_0, -\Theta^*(N)\psi \rangle = -c(M_0, -\Theta^*(N)\psi),$$

то з (4) одержуємо

$$c(M_N, -\psi) - c(M_0, -\Theta^*(N)\psi) + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}.$$

Отже, з означення 1.4 випливає $W(\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}$.

Достатність. З умови $W(\psi) \geq 0, \psi \in S$ випливає, що

$$c(M_N, -\psi) + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) \geq c(M_0, -\Theta^*(N)\psi), \psi \in S_{n_N}.$$

Тоді для всіх $x_0 \in M_0$ одержуємо

$$c(M_N, -\psi) + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) \geq \langle x_0, -\Theta^*(N)\psi \rangle, \psi \in S_{n_N}.$$

Отже, виходячи з означення опорної функції, знайдеться $x_N \in M_N$, для якого

$$\langle x_N, -\psi \rangle + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) \geq \langle x_0, -\Theta^*(N)\psi \rangle, \\ \psi \in S_{n_N},$$

звідки

$$\langle \Theta(N)x_0, \psi \rangle + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) \geq \langle x_N, \psi \rangle, \psi \in S_{n_N}.$$

З (3) одержуємо

$$c(X(N, M_0), \psi) \geq \langle x_N, \psi \rangle, \psi \in S_{n_N}.$$

Отже, $x_N \in X(N, M_0)$ і виконується означення 1.3 повної керованості системи (1) зі всієї множини M_0 в множину M_N на інтервалі $0 \leq t \leq N$. Теорему доведено.

Приклад 2 Розглянемо систему (1) за умови, що множина початкових станів $M_0 = K_{n_0}(x_{(0)}, r_0)$, термінальна множина $M_N = K_{n_N}(x_{(N)}, r_N)$, множина обмежень на керування $U(t) = K_m(0, p_t)$. Тут $x_{(0)} \in \mathbb{R}^{n_0}$, $x_{(N)} \in \mathbb{R}^{n_N}$, $r_0 > 0$, $r_N > 0$, $p_t > 0$, $t = 0, 1, \dots, N-1$. Тоді функція керованості

$$W(\psi) = r_N - r_0 \parallel \Theta^*(N)\psi \parallel - \langle x_N, \psi \rangle + \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle + \\ + \sum_{s=0}^{N-1} p_s \parallel C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi \parallel, \psi \in S_{n_N}.$$

Умова повної керованості зі всієї множини M_0 на інтервалі $0 \leq t \leq N$ у цьому випадку має вигляд

$$\max_{\psi \in S_{n_N}} \{ \langle x_N, \psi \rangle - \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle + r_0 \parallel \Theta^*(N)\psi \parallel - \\ - \sum_{s=0}^{N-1} p_s \parallel C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi \parallel \} \leq r_N.$$

Повна керованість на термінальну множину. Повна керованість системи (1) на термінальну множину визначається так.

Означення 5 Система (1) називається повністю керованою на термінальну множину M_N з множини M_0 на інтервалі $0 \leq t \leq N$, якщо для будь-якого стану $x_N \in M_N$ існує точка $x_0 \in M_0$ і допустиме керування $u(t) \in U(t)$, $t = 0, 1, \dots, N-1$ такі, що $x(N, x_0, u) = x_N$.

Аналіз повної керованості системи (1) на термінальну множину базується на функції керованості.

Означення 6 Функція

$$Z(\psi) = c(M_0, \Theta^*(N)\psi) - c(M_N, \psi) + \\ + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi)$$

називається функцією керованості системи (1) на термінальну множину M_N з множини M_0 на інтервалі $0 \leq t \leq N$, де $\psi \in \mathbb{R}^{n_N}$.

Має місце така теорема.

Теорема 3 Для того, щоб система (1) була повністю керованою на термінальну множину M_N з множини M_0 на інтервалі $0 \leq t \leq N$ необхідно і достатньо, щоб

$$Z(\psi) \geq 0, \forall \psi \in S_{n_N}.$$

Доведення. Необхідність. Припустимо, що система (1) є повністю керованою на термінальну множину M_N з множини M_0 на інтервалі $0 \leq t \leq N$. Тоді з означення 1.5 випливає, що

$$X(N, x_0) \subseteq M_N.$$

Використовуючи властивості опорних функції, одержуємо

$$c(X(N, M_0), \psi) - c(M_N, \psi) \geq 0, \forall \psi \in S_{n_N}.$$

Підставимо в останню рівність формулу (3)

$$\begin{aligned} c(M_0, \Theta^*(N)\psi) - c(M_N, \psi) + \sum_{s=0}^{N-1} c(U(s), \\ C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}. \end{aligned} \quad (5)$$

За означенням 1.6 це означає, що $Z(\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}$.

Достатність. Якщо $Z(\psi) \geq 0, \psi \in S_{n_N}$, то це означає, що справджується (5). Враховуючи формулу для опорної функції множини досяжності системи (1), маємо

$$c(X(N, M_0), \psi) - c(M_N, \psi) \geq 0, \forall \psi \in S_{n_N}.$$

Враховуючи, що множина досяжності $X(N, M_0)$ системи (1) є опуклим компактом, це означає, що вона належить M_N . Отже, справджується означення 1.5 і система (1) є повністю керованою на термінальну множину M_N з множини M_0 на інтервалі $0 \leq t \leq N$. Теорему доведено.

Приклад 3 Розглянемо систему (1) за умови, що множина початкових станів $M_0 = K_{n_0}(x_{(0)}, r_0)$, термінальна множина $M_N = K_{n_N}(x_{(N)}, r_N)$, множина обмежень на керування $U(t) = K_m(0, p_t)$. Тут $x_{(0)} \in \mathbb{R}^{n_0}, x_{(N)} \in \mathbb{R}^{n_N}, r_0 > 0, r_N > 0, p_t > 0, t = 0, 1, \dots, N-1$. Тоді функція керованості

$$\begin{aligned} Z(\psi) = \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle - \langle x_N, \psi \rangle + r_0 \| \Theta^*(N)\psi \| - r_N + \\ + \sum_{s=0}^{N-1} p_s \| C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi \|, \psi \in S_{n_N}. \end{aligned}$$

Умова повної керованості на термінальну множину M_N з множини M_0 на інтервалі $0 \leq t \leq N$ у цьому випадку має вигляд

$$\min_{\psi \in S_{n_N}} \{ \langle x_0, \Theta^*(N)\psi \rangle - \langle x_N, \psi \rangle + r_0 \| \Theta^*(N)\psi \| + \\ + \sum_{s=0}^{N-1} p_s \| C^*(s)\Theta^*(N, s+1)\psi \| \} \geq r_N.$$

Висновки. 1. Для лінійної дискретної системи керування зі змінною розмірності вектору стану за обмежень на вектор керування, початковий і кінцевий стани обґрунтовано критерій часткової керованості.

2. Доведено критерій повної керованості з множини початкових умов для лінійної дискретної системи керування зі змінною розмірності вектору стану за обмежень на вектор керування, початковий і кінцевий стани.

3. Для лінійної дискретної системи керування зі змінною розмірності вектору стану за обмежень на вектор керування, початковий і кінцевий стани обґрунтовано критерій повної керованості щодо термінальної множини.

Бібліографічні посилання

1. Leigh J.R. Control Theory. IET, 2008. 321 p.
2. Kirichenko, N.F., Matvienko, V.T. General solution of terminal control and observation problems. Cybernetics and Systems Analysis. 2000. 36(2). P. 219–228.
3. Пічкур В.В., Мазур Д.А., Собчук В.В. Керованість лінійної дискретної системи зі змінною розмірності вектора стану, Журнал обчислювальної та прикладної математики. 2021. С. 173–178.
4. Пічкур В.В., Собчук В.В., Таїрова М.С., Башняков О.М. Критерії керованості з множини початкових станів на термінальну множину для лінійних дискретних систем, Дослідження в математиці і механіці, 23, 1(31). 2018. С. 81–87.
5. Pichkur V., Sobchuk V., Cherniy D., Ryzhov A. Functional Stability of Production Processes as Control Problem of Discrete Systems with Change of State Vector Dimension // Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physical and Mathematical Sciences 1(78). 2024. P. 105–110.
6. Pichkur, Volodymyr V., Sobchuk, Valentyn V. Mathematical Model and Control Design of a Functionally Stable Technological Process. Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications. 29(1). 2021. P. 32–41.

Статтю подано до редакції 06.11.2024